

磁場強度 H 跟磁通量密度 B 有什麼不同?

已思考 2 秒鐘 >

在電磁學裡，**磁場強度 H** 和 **磁通量密度 B** 都常被口語叫「磁場」，但它們代表的物理意義不同。

最簡潔地說：

$$B = \mu_0(H + M)$$

其中 M 是材料的**磁化強度**。所以：

$$H = \frac{B}{\mu_0} - M$$

1. B ：真正作用在電荷與磁偶極上的「磁場」

磁通量密度 B ，單位是 **tesla, T**。

它直接出現在 Lorentz force 裡：

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

所以如果電子、離子、電流線圈在磁場中受力，直接用的是 B ，不是 H 。

在量子力學、固態物理裡，Zeeman splitting、Landau level、Aharonov–Bohm phase 等，也主要是由 B 控制。

因此可以說：

B 是「帶電粒子與磁矩實際感受到的磁場」。

2. H ：由自由電流產生的磁場強度

磁場強度 H ，單位是 **A/m**。

它比較像是把「材料本身被磁化後產生的貢獻」扣掉之後，剩下由**外加自由電流**控制的量。

Maxwell 方程中：

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{free}}$$

而

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

所以在介質中， H 的好處是它跟外加電流源的關係比較直接。

例如長螺線管中，如果有自由電流 I ，匝數密度 n ，則常寫：

$$H \approx nI$$

這個 H 是由你外部通電控制的場；但材料內實際的 B 還要加上材料磁化 M 的貢獻。

3. 在真空中，兩者只差一個常數

真空中沒有材料磁化， $M = 0$ ，所以：

$$B = \mu_0 H$$

因此在真空或空氣中，很多時候大家不太嚴格區分 B 和 H 。但一進入磁性材料，差異就很重要。

4. 在材料中，差異來自磁化 M

材料裡的電子軌道與自旋會產生磁矩。外加磁場後，這些磁矩可能排列起來，使材料具有磁化強度 M 。

此時總磁通量密度為：

$$B = \mu_0(H + M)$$

若材料是線性、各向同性、均勻介質，常寫成：

$$M = \chi_m H$$

因此：

$$B = \mu_0(1 + \chi_m)H = \mu H$$

其中

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

這就是磁導率。

5. 用物理圖像講

可以用下面這個圖像：

| 量 | 圖像 | 單位 |
|-----|-----------------|-----|
| H | 外部自由電流「試圖建立」的磁場 | A/m |
| M | 材料內部磁偶極的集體回應 | A/m |

| 量 | 圖像 | 單位 |
|-----|----------------------|----|
| B | 自由電流加上材料磁化後，實際形成的總磁場 | T |

所以在材料裡：

$$\text{實際磁場效果 } B = \text{外部驅動 } H + \text{材料回應 } M$$

更精確地說是：

$$B = \mu_0(H + M)$$

6. 對磁性材料尤其重要

例如在鐵磁材料中，即使外加 $H = 0$ ，材料仍可能有自發磁化 $M \neq 0$ 。這時候 B 不一定為零。

這也是為什麼磁滯曲線常畫成 $B - H$ 或 $M - H$ 曲線。

其中：

- H ：你外加、掃描的磁場強度；
- M ：材料磁矩排列的反應；
- B ：材料內部總的磁通量密度。

在很多凝態物理語境裡，若關心自旋排列、磁矩、磁化率，通常會討論 M 對 H 的響應；若關心帶電粒子運動、磁通、感應電動勢，則 B 通常更直接。

一句話總結：

H 是外部自由電流對磁場的驅動量， B 是材料中實際的磁通量密度。

在真空中 $B = \mu_0 H$ ，但在材料中 B 還包含材料磁化 M 的貢獻。

已思考一秒鐘 >

可以，而且通常可以把地球磁場視為外加磁場的一部分；但要小心：實驗上我們常知道的是地球磁場的 B ，而不是直接知道產生它的自由電流分布，所以在材料邊界與磁化問題裡，最好說成：

地球磁場提供了一個外加背景 B_{ext} ，在空氣中等價地可寫成 $H_{\text{ext}} \approx B_{\text{ext}}/\mu_0$

而不是說「因為找不到電流，所以不能算 H 」。

1. 沒有看見局部電流，不代表不能定義 H

在電磁學裡，

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{free}}$$

這句話的意思是： H 的旋度由自由電流決定。但在你手上的磁鐵附近，即使局部沒有自由電流，也仍然可以有非零的 H 。

類比靜電場：

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0$$

你站在一個沒有電荷的空間點， $\rho = 0$ ，不代表那裡的 $\mathbf{E} = 0$ 。遠方電荷仍然可以在此處產生電場。

同理，地球內部的電流系統、地核發電機效應、電離層電流等，可以在你所在位置產生背景磁場。你不用在材料旁邊看到一條明確導線，才允許定義 H 。

2. 在空氣或真空中，地球磁場可換算成 H

空氣磁化很小，可近似視為真空：

$$\mathbf{B}_{\text{Earth}} \approx \mu_0 \mathbf{H}_{\text{Earth}}$$

所以

$$\mathbf{H}_{\text{Earth}} \approx \frac{\mathbf{B}_{\text{Earth}}}{\mu_0}$$

地球磁場量級約為

$$B_{\text{Earth}} \sim 25\text{--}65 \mu\text{T}$$

換算成 H ：

$$H_{\text{Earth}} \sim \frac{50 \times 10^{-6}}{4\pi \times 10^{-7}} \approx 40 \text{ A/m}$$

所以地球磁場對應的 H 量級大概是數十 A/m。

這對一般永久磁鐵來說通常很小。強磁鐵內外的局部 B 可能是 10^{-2} 到 1 T 等級，遠大於地球磁場。

3. 對一塊磁鐵，要分清楚「外加 H 」與「磁鐵自己造成的 H 」

假設你有一塊永久磁鐵。它內部有磁化強度 M ，因此總場滿足

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

這裡的 \mathbf{H} 不只包含地球外加背景，也包含磁鐵形狀造成的退磁場，也就是 demagnetizing field。

常寫成：

$$\mathbf{H}_{\text{inside}} = \mathbf{H}_{\text{applied}} + \mathbf{H}_{\text{demag}}$$

其中：

$$\mathbf{H}_{\text{applied}}$$

可以包含地球磁場、線圈外加場、鄰近磁鐵的場等。

而

$$\mathbf{H}_{\text{demag}}$$

來自材料自身磁化在邊界上造成的磁極效應。對橢球形樣品常寫：

$$\mathbf{H}_{\text{demag}} = -NM$$

所以對一塊磁鐵來說，地球磁場可以算作外加背景 H_{applied} ，但材料內真正的 H 還要加上退磁場。

4. 更精確的說法

你的問題可以這樣回答：

地球磁場可以視為外加背景磁場。因為在空氣中 $B \approx \mu_0 H$ ，所以可把地球磁場等效為一個外加 H 。不需要在材料附近找到明確電流，因為場可以由遠處或地球內部的電流源產生。

但是，如果我們正在討論材料內部的磁化狀態，就不能只說「地球磁場就是材料內的 H 」。材料內的 H 是：

$$\mathbf{H}_{\text{material}} = \mathbf{H}_{\text{Earth}} + \mathbf{H}_{\text{other applied}} + \mathbf{H}_{\text{demag}}$$

而總的 B 則是：

$$\mathbf{B}_{\text{material}} = \mu_0(\mathbf{H}_{\text{material}} + \mathbf{M})$$

5. 對教學很有用的講法

可以跟學生說：

「 H 不是只有在你看得到導線電流時才存在。 H 是把材料磁化 M 的貢獻從 B/μ_0 裡扣掉後得到的場量。地球磁場在空氣中提供一個外加背景 B ，因此也可以等效成外加 H 。只是對一塊磁鐵而言，材料內部的 H 還受到自身形狀造成的退磁場影響。」

一句話總結：

地球磁場可以當作外加 H 的來源之一；不是因為沒有明確局部電流就不能算 H 。

你也說了 $j_{\text{free}} = \text{curl } H$ ，教科書裡面所說的 $\text{curl } M = j_{\text{mag}}$ ，這是一個怎麼樣的 j ？

已思考一秒鐘 >

教科書寫

$$\mathbf{J}_{\text{mag}} = \nabla \times \mathbf{M}$$

這裡的 \mathbf{J}_{mag} 不是外接電源推動的自由電流，而是材料內部磁偶極矩排列所等效出來的**磁化電流**，也常叫：

$$\mathbf{J}_{\text{mag}} = \mathbf{J}_{\text{bound}}$$

也就是 **bound current density**，束縛電流密度。

1. 它不是可以接導線量到的傳導電流

自由電流是這種東西：

$$\mathbf{J}_{\text{free}}$$

例如：

- 銅線裡被電源推動的電子流；
- 線圈中的電流；
- 外加電流源產生的電流。

它滿足巨觀 Maxwell 方程：

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{free}}$$

但

$$\mathbf{J}_{\text{mag}} = \nabla \times \mathbf{M}$$

描述的是材料內部**原子尺度磁矩**造成的等效電流。它不表示電子真的像導線電流一樣在整塊材料中長距離漂移，而是說：許多微觀磁偶極可以等效成小電流圈，這些小電流圈在巨觀平均後留下某種有效電流分布。

2. 為什麼磁化 M 會對應到電流？

一個原子磁矩可以粗略想像成一個小電流環：

$$\boldsymbol{\mu} = I \mathbf{A}$$

其中 $\boldsymbol{\mu}$ 是磁偶極矩， I 是等效環流， \mathbf{A} 是面積向量。

如果材料中很多小磁矩排列起來，形成磁化強度

$$\mathbf{M} = \frac{\text{磁偶極矩}}{\text{單位體積}}$$

那麼這些小電流環的效果，在巨觀上就可以寫成一個等效電流密度：

$$\mathbf{J}_{\text{bound}} = \nabla \times \mathbf{M}$$

所以這個 \mathbf{J}_{mag} 的意義是：

材料磁化所造成的等效電流密度。

3. 體電流與表面電流

磁化電流有兩種形式。

體磁化電流

在材料體積內：

$$\mathbf{J}_{\text{bound}} = \nabla \times \mathbf{M}$$

如果 \mathbf{M} 在空間中有旋度，就會有體積內的束縛電流。

表面磁化電流

在材料表面還有：

$$\mathbf{K}_{\text{bound}} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}$$

其中 $\hat{\mathbf{n}}$ 是材料表面的外法向量， $\mathbf{K}_{\text{bound}}$ 是表面電流密度，單位是 A/m。

這個表面電流很重要。因為即使材料內部 \mathbf{M} 是均勻的，

$$\nabla \times \mathbf{M} = 0$$

體磁化電流為零，但材料表面仍然可以有

$$\mathbf{K}_{\text{bound}} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}$$

所以一塊均勻磁化的永久磁鐵，常可等效成表面有一層環流電流。

4. 典型例子：均勻磁化圓柱磁鐵

假設一個圓柱磁鐵沿 z 方向均勻磁化：

$$\mathbf{M} = M\hat{\mathbf{z}}$$

在磁鐵內部：

$$\nabla \times \mathbf{M} = 0$$

所以沒有體磁化電流。

但在圓柱側面，外法向量是 $\hat{\mathbf{r}}$ ，因此

$$\mathbf{K}_{\text{bound}} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{r}} = M \hat{\mathbf{z}} \times \hat{\mathbf{r}} = M \hat{\phi}$$

也就是側面有一圈沿方位角方向流動的等效表面電流。

這很像一個螺線管表面的繞線電流，所以均勻磁化圓柱體的磁場圖像和螺線管很相似。

5. 它跟 H 、 B 的關係

微觀或總電流版本的 Ampère 定律可寫成：

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}_{\text{total}}$$

其中

$$\mathbf{J}_{\text{total}} = \mathbf{J}_{\text{free}} + \mathbf{J}_{\text{bound}}$$

而磁化電流是

$$\mathbf{J}_{\text{bound}} = \nabla \times \mathbf{M}$$

所以：

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{J}_{\text{free}} + \nabla \times \mathbf{M})$$

移項：

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right) = \mathbf{J}_{\text{free}}$$

於是定義：

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$$

就得到：

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{free}}$$

所以 H 的定義其實就是為了把磁化電流的貢獻從總電流裡分離出去，使得右邊只剩外部可控的自由電流。

6. 物理直覺總結

$$\mathbf{J}_{\text{mag}} = \nabla \times \mathbf{M}$$

代表的是：

磁化強度在空間中變化時，材料內部磁偶極排列所等效出來的束縛電流密度。

它不是電池或電源推動的傳導電流，而是原子軌道磁矩、自旋磁矩等微觀磁矩在巨觀平均後形成的等效電流。

更完整地說：

$$\mathbf{J}_{\text{total}} = \mathbf{J}_{\text{free}} + \mathbf{J}_{\text{bound}}$$

其中

$$\mathbf{J}_{\text{bound}} = \nabla \times \mathbf{M}$$

而表面還有

$$\mathbf{K}_{\text{bound}} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}$$

所以教學上可以講成：

\mathbf{J}_{free} 是你用電源、導線真正送進去的電流；

\mathbf{J}_{mag} 是材料被磁化後，微觀磁偶極矩等效成小電流圈所產生的束縛電流。

定義 \mathbf{H} 的目的，就是把這些束縛電流的貢獻吸收到 \mathbf{M} 裡，讓 $\nabla \times \mathbf{H}$ 只看自由電流。

你前面已經給了 \mathbf{J}_{free} 的例子，可不可以也給我幾個 $\mathbf{j}_{\text{bound}}$ 的例子？

已思考一秒鐘 >

可以。這裡的 $\mathbf{J}_{\text{bound}}$ 或 \mathbf{J}_{mag} 是磁化造成的等效電流，不是由外接電源推動的傳導電流。它常分成兩種：

$$\mathbf{J}_{\text{bound}} = \nabla \times \mathbf{M}$$

是體束縛電流密度，單位 A/m^2 ；而表面還有

$$\mathbf{K}_{\text{bound}} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}$$

是表面束縛電流密度，單位 A/m 。

下面給幾個具體例子。

例子 1：均勻磁化的圓柱形永久磁鐵

假設一根圓柱磁鐵沿 z 方向均勻磁化：

$$\mathbf{M} = M\hat{\mathbf{z}}$$

因為 M 在磁鐵內部是均勻的，所以

$$\nabla \times \mathbf{M} = 0$$

因此體束縛電流為零：

$$\mathbf{J}_{\text{bound}} = 0$$

但是在圓柱側面，外法向量是 $\hat{\mathbf{r}}$ ，所以

$$\mathbf{K}_{\text{bound}} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}} = M\hat{\mathbf{z}} \times \hat{\mathbf{r}} = M\hat{\phi}$$

也就是說，圓柱側面有一圈一圈沿著方位角方向流動的**等效表面電流**。

物理圖像是：一根均勻磁化的圓柱磁鐵，外觀看起來很像一個螺線管。螺線管的表面真的有導線電流；永久磁鐵則是由微觀磁矩排列，等效成表面環流。

例子 2：均勻磁化的長方體磁鐵

假設一塊長方體磁鐵也沿 z 方向均勻磁化：

$$\mathbf{M} = M\hat{\mathbf{z}}$$

內部仍然有

$$\mathbf{J}_{\text{bound}} = \nabla \times \mathbf{M} = 0$$

但在側面有表面束縛電流：

$$\mathbf{K}_{\text{bound}} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}$$

例如：

- 右側面： $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{x}}$

$$\mathbf{K}_{\text{bound}} = M\hat{\mathbf{z}} \times \hat{\mathbf{x}} = M\hat{\mathbf{y}}$$

- 左側面： $\hat{\mathbf{n}} = -\hat{\mathbf{x}}$

$$\mathbf{K}_{\text{bound}} = M\hat{\mathbf{z}} \times (-\hat{\mathbf{x}}) = -M\hat{\mathbf{y}}$$

- 前後側面也會有對應方向的表面束縛電流。

所以長方體磁鐵可以想像成：表面繞著磁化方向形成一圈等效電流。它不像圓柱那樣完美對稱，但本質相同。

例子 3：非均勻磁化材料，內部真的有體束縛電流

若磁化不是均勻的， $\nabla \times \mathbf{M}$ 就可能不為零。

例如假設材料內的磁化為

$$\mathbf{M} = M_z(x)\hat{\mathbf{z}}$$

也就是磁化方向沿 z ，但大小隨 x 變化。那麼

$$\nabla \times \mathbf{M} = -\frac{\partial M_z}{\partial x}\hat{\mathbf{y}}$$

因此

$$\mathbf{J}_{\text{bound}} = -\frac{\partial M_z}{\partial x}\hat{\mathbf{y}}$$

這代表：如果材料中 z 方向磁化強度沿 x 方向逐漸變強或變弱，就等效於內部有沿 y 方向流動的束縛電流。

這種例子可用來說明：

均勻磁化通常只留下表面束縛電流；非均勻磁化則可能在材料體內產生束縛電流密度。

例子 4：磁疇壁附近的束縛電流

在鐵磁材料中，不同磁疇的磁化方向不同。磁疇壁附近， \mathbf{M} 的方向會在空間中連續旋轉。例如左邊磁疇的磁化向上，右邊磁疇的磁化向下，中間過渡區域中 \mathbf{M} 逐漸轉向。這時候

$$\nabla \times \mathbf{M}$$

通常不為零，因此磁疇壁附近可以有等效的體束縛電流。

這個例子對固態物理很有用，因為它提醒學生：磁化不是只是一個抽象向量場；當磁化在空間中扭轉或變化時，它本身就會對磁場產生等效電流源。

例子 5：原子軌道磁矩的巨觀平均

在微觀層次，電子繞原子核的軌道運動可以形成軌道磁矩。雖然真實量子力學不能完全用「小球繞圈」來理解，但在電磁學圖像中，一個軌道磁矩可以等效成一個微小電流環。

很多這樣的小電流環在材料中排列起來，巨觀平均後形成

$$\mathbf{M}$$

而這個 \mathbf{M} 的空間變化對應到

$$\mathbf{J}_{\text{bound}} = \nabla \times \mathbf{M}$$

所以 $\mathbf{J}_{\text{bound}}$ 可以看成是大量微觀磁矩等效電流的巨觀平均結果。

這個圖像尤其適合用來連接材料中的：

- 順磁性；
- 抗磁性；
- 鐵磁性；
- 軌道磁矩；
- 自旋磁矩的等效磁化。

例子 6：均勻磁化球體

假設一個球體均勻磁化：

$$\mathbf{M} = M\hat{\mathbf{z}}$$

內部同樣有：

$$\mathbf{J}_{\text{bound}} = 0$$

但球面上有：

$$\mathbf{K}_{\text{bound}} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{r}}$$

在球座標中，這會形成沿 $\hat{\phi}$ 方向的表面環流，大小與緯度有關：

$$K_{\text{bound}} = M \sin \theta$$

赤道附近最大，兩極為零。

這是一個很漂亮的例子：均勻磁化球體的表面束縛電流分布，等效地產生與磁偶極類似的外部磁場。

教學上的一句話整理

可以這樣跟學生講：

$\mathbf{J}_{\text{bound}}$ 是材料磁化在體內不均勻旋轉或變化時產生的等效體電流。

$\mathbf{K}_{\text{bound}}$ 是磁化材料表面上，由微觀磁偶極沒有完全互相抵消而留下的等效表面電流。

所以最典型的兩種情況是：

| 情況 | 結果 |
|----------------|---|
| 均勻磁化的磁鐵 | 體內 $\mathbf{J}_{\text{bound}} = 0$ ，表面有 $\mathbf{K}_{\text{bound}}$ |
| 非均勻磁化、磁疇壁、磁化紋理 | 體內可能有 $\mathbf{J}_{\text{bound}} = \nabla \times \mathbf{M}$ |

最重要的物理圖像是：

材料內部每個原子磁矩都像一個小電流環。材料內部相鄰小電流環大多互相抵消；但在表面，或在磁化不均勻的地方，抵消不完全，就留下等效的束縛電流。